උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය (නව නිර්දේශය)
ආදර්ශ ප්‍රශ්න පත්‍රය උසස් පෙළ 2016

උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය විෂය නව නිර්දේශය සඳහා සැකසුනු මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයට පිළිතුරු සැපයීමෙන් ඔබේ දක්ෂතාවය මැන ගැනීමත් ඔබේ දැනුම දියුණු කර ගැනීමත් අපේක්ෂා කෙරේ.

උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය (නව නිර්දේශය) 2016
1 වෙනි පත්‍රය : A කොටස

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූල ධර්මය භාවිතයෙන්, $x \geq 0$ විට ඕනෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා
$(1+x)^n \geq 1+nx$ බව සාධනය කරන්න.

2. **wedding** යන වචනයේ අකුරු සියල්ලම යොදා ගෙන සෑදිය හැකි වෙනස් පිළියෙල කිරීම් ගණන සොයන්න. මෙම පිළියෙල කිරීම්වලින් කොපමණක **d** අක්ෂර දෙක එක ළඟ පවතියිදැයි සොයන්න.

3. $(1+ax)^n$ සඳහා ද්විපද ප්‍රසාරණය ලියන්න. මෙහි a යනු නිශ්ශූන්‍ය නියතයක්ද n යනු ධන නිඛිලයක්ද වේ.

යම් p නියතයක් සඳහා

$\left(1+\frac{1}{4}x\right)^n = 1+px+2px^2+\ldots$ ලෙස වේ නම් n හි අගය නිර්ණය කරන්න.

4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos 2x - 1}{x\sin 2x} = -1$ බව පෙන්වන්න.

5. $\sin x + \cos x = \lambda(\sin x - 2\cos x) + \mu(2\sin x + \cos x)$ වන පරිදි λ සහ μ නියත නිර්ණය කරන්න.

එනයින්, $\displaystyle\int \frac{\sin x + \cos x}{2\sin x + \cos x}\,dx$ සොයන්න.

6. $OABC$ යනු රොම්බසයක්ද O යනු ඛණ්ඩාංක මූලයද A යනු $(3,1)$ ලක්ෂ්‍යයද වන අතර OB විකර්ණයේ සමීකරණය $y = x$ වේ. B ශීර්ෂයෙහි ඛණ්ඩාංක නිර්ණය කරන්න.

7. $y = x^3 - 12x + 3$ ශ්‍රිතය සඳහා ස්ථාවර ලක්ෂ්‍ය නිර්ණය කරන්න.
එනයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ මෙම ශ්‍රිතය අඩු වන x හි පරාසය සොයන්න.

8. $(1,2)$ ලක්ෂ්‍යයෙහිදී $y^2 = 4x$ වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

මෙම ස්පර්ශකයට වක්‍රය නැවත හමු නොවන බව පෙන්වන්න.

9. $(3,0)$ ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ වන ඕනෑම රේඛාවක සමීකරණය ලියන්න.

$x^2 + y^2 - 10x - 8y + 31 = 0$ වෘත්තයට ඉහත ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇඳි ස්පර්ශක ප්‍රලම්බ බව ලබා ගන්න.

10. ABC ත්‍රිකෝණයක ක්ෂේත්‍රඵලය Δ යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්
$\Delta = \frac{1}{2}bc\sin A$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $\Delta \cot \frac{A}{2} = bc - \Delta \tan \frac{A}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

1 වෙනි පත්‍රය : B කොටස

මෙම ප්‍රශ්නවලින් ඕනෑම 5කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11.(a) $ax^2 + bx + c = 0$ වර්ගජ සමීකරණයෙහි මූල α සහ β වේ නම්,

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ සහ $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ බව සාධනය කරන්න.

λ යනු තාත්ත්වික නියතයක් විට $a(\alpha - \lambda)(\beta - \lambda) = a\lambda^2 + b\lambda + c$ බව ලබා ගන්න.

$x^2 + bx + 1 = 0$ සමීකරණයෙහි මූල α_1 සහ β_1 යැයිද $x^2 + x + b = 0$ සමීකරණයෙහි මූල α_2 සහ β_2 යැයිද ගනිමු. මෙහි $b \neq 1$ වේ.

(i) $(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \beta_2)(\beta_1 - \alpha_2)(\beta_1 - \beta_2) = (\alpha_2{}^2 + b\alpha_2 + 1)(\beta_2{}^2 + b\beta_2 + 1)$ බව අපෝහනය කරන්න.

(ii) ඉහත සමීකරණය දෙකට පොදු තාත්ත්වික මූලයක්වත් පවතියි නම්, b හි අගය නිර්ණය කරන්න.

(b) ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

$f(x)$ බහුපදය $(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 2 ක් වන අතර $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 3 ක් වේ. $(x-1)(x-2)$ න් $f(x)$ බහුපදය බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය නිර්ණය කරන්න.

$f(x)$ යනු මාත්‍රය 3 ක් සහ නායක පදයේ සංගුණකය 1 ක් වන බහුපදයක් වන අතර $x = -1$ යනු $f(x) = 0$ හි මූලයක් බවද දී ඇත්නම් එම බහුපදය සොයන්න.

12.(a) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියළු ධන නිඛිලමය n සඳහා,

$\sum_{r=1}^{n} r = \frac{1}{2} n(1+n)$ බව සාධනය කරන්න.

$V(1) = 1$ සහ $r \geq 2$ විට, $V(r) - V(r-1) = 2r$ නම්, $V(r) = r^2 + r - 1$ බව සාධනය කරන්න.

$u_r \times (r+2)! = V(r)$ ලෙස අර්ථ දැක්වේ නම්, $f(r+1) - f(r) = u_r$ වන පරිදි $f(r)$ ශ්‍රිතයක් සොයන්න.

එනයින්, $\sum_{r=1}^{n} u_r$ සොයන්න.

(b) එකම සටහනක $y = 2\left|x^2 - 4\right|$ සහ $y = x + 7$ හි ප්‍රස්තාර දළ ලෙස සටහන් කරන්න.

එනයින් $x \geq 0$ සහ $2\left|x^2 - 4\right| \leq x + 7$ තෘප්ත කරන්නා වූ x අගයන් සොයන්න.

13.(a) $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 5 & 2\end{pmatrix}$ නම් A^2 සොයා සුදුසු අදිශ වන λ සහ μ සඳහා A^2 යන්න $\lambda A+\mu I_2$ ලෙස ඉදිරිපත් කරන්න. එනයින්, A^{-1} නිර්ණය කරන්න.

$3x+y=4$
$5x-2y=3$ සමගාමී සමීකරණ පද්ධතිය න්‍යාස ආකාරයෙන් ඉදිරිපත් කර එහි විසඳුම ලබා ගන්න.

(b) ආගන්ඩ් සටහනේ P සහ Q ලක්ෂ්‍යවලින් Z_1 සහ Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කෙරේ. A යනු $PA:AQ=1:n$ අනුපාතයට වන පරිදි PQ මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය වෙයි. මෙහි $n>0$ වේ. A ලක්ෂ්‍යයෙන් නිරූපණය වන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

P_1, P_2 සහ P_3 යනු ආගන්ඩ් සටහනේ පිළිවෙලින් Z_1, Z_2 සහ Z_3 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ඒකරේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍යය වෙයි. $P_1P_2P_3$ ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රකය වන ලක්ෂ්‍යයෙන් $\frac{1}{3}(Z_1+Z_2+Z_3)$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය වන බව උපකල්පනය කර $P_1P_2P_3$ යනු සමපාද ත්‍රිකෝණයක් විට

$|Z_1+Z_2-2Z_3|=|Z_2+Z_3-2Z_1|=|Z_3+Z_1-2Z_2|$ බව පෙන්වන්න.

14.(a) $x=\sin\theta$ සහ $y=\sin n\theta$ යැයි ගනිමු. මෙහි n යනු නියතයක්ද $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ ද වේ. n සහ θ ඇසුරෙන්

$\frac{d}{dx}y$ සහ $\frac{d^2}{dx^2}y$ සොයා

$(1-x^2)\frac{d^2}{dx^2}y-x\frac{d}{dx}y+n^2y=0$ බව පෙන්වන්න.

(b) උස h වන සෘජු වෘත්ත කේතුවක් තුළ අක්ෂ සමපාත වන සේ අන්තර්ගත කළ හැකි උපරිම පරිමාවකින් යුත් සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයේ උස සොයන්න.

Japura Media

15.(a) n යනු ධන නිඛිලයක් යැයි ගනිමු.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin(2n+1)x}{\sin x}\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin(2n-1)x}{\sin x}\,dx$$ බව පෙන්වන්න.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin(2n+1)x}{\sin x}\,dx=\frac{\pi}{2}$$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යෙදීමෙන්

$\int x\ln x\,dx$ සොයන්න.

16.(a) $s \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය මත වූ $P(x_o, y_o)$ ලක්ෂයෙහිදි වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයෙහි සමීකරණය $x_o x + y_o y + g(x + x_o) + f(y + y_o) + c = 0$ බව සාධනය කරන්න.

$s = 0$ වෘත්තයට පිටතින් වූ $Q(x_1, y_1)$ ලක්ෂයය අනුබද්ධයෙන් වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක ජ්‍යායෙහි සමීකරණය $x_1 x + y_1 y + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0$ බව ලබා ගන්න.

$s_1 \equiv x^2 + y^2 + 6y + 5 = 0$ සහ $s_2 \equiv x^2 + y^2 + 2x + 8y + 5 = 0$ වෘත්තවලට පිටතින් වූ $(1, -2)$ ලක්ෂයය අනුබද්ධයෙන් ඇඳි ස්පර්ශක ජ්‍යායන් සමපාත වන බව පෙන්වන්න.

17.(a) $(\cos A + \cos B)^2 + (\sin A + \sin B)^2$ සහ $4\cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right)$ ප්‍රකාශන තුල්‍ය බව පෙන්වන්න.

ඔනයින් $(\cos 3x + \cos x)^2 + (\sin 3x - \sin x)^2 = 1$ හි විසඳුම සොයන්න.

(b)සයින් සූත්‍රය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක පාද අතර අනුපාතය $1:1:\sqrt{3}$ වේ. ත්‍රිකෝණයේ කෝණ නිර්ණය කරන්න.

(c) $\cos^{-1} x - \sin^{-1} x = \frac{\pi}{6}$ සමීකරණය විසඳන්න. මෙහි $0 \le \cos^{-1} x \le \pi$ සහ $-\frac{\pi}{2} \le \sin^{-1} x \le \frac{\pi}{2}$ වේ.

උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය (නව නිර්දේශය) 2014
2 වෙනි පත්‍රය : A කොටස

1. පතලක ආරෝහකය නිශ්චලතාවයේ සිට පහළට යන ගමනේ මුල් කොටස a ඒකාකාර ත්වරණයෙන් $2T$ කාලයක්ද, ඉතිරි කොටස ඒකාකාර මන්දනයෙන් T කාලයක්ද ගමන් කර නිශ්චලතාවයට පත් වෙයි. ආරෝහකය h ගැඹුරක් ගමන් කළේ නම් චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍රයක් ඇඳ $h = 3aT^2$ බව පෙන්වන්න.

2. උතුරු දිශාවට $16\ km\ h^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් යාත්‍රා කරන නැවක සිටින නිරීක්ෂකයෙකුට මෝටර් බෝට්ටුවක් 30° ක් දකුණෙන් නැගෙනහිර දිශාවට ගමන් කරන්නා සේ පෙනේ. මෝටර් බෝට්ටුව සැබැවින් 60° ක් දකුණෙන් නැගෙනහිර දිශාවට ගමන් කරයි නම් නැවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණය අඳින්න.
ඒ නයින් බෝට්ටුවේ සත්‍ය වේගය සොයන්න.

3. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් එල්ලා ඇති ස්කන්ධය $M\ kg$ වන ලී කොටයක ස්කන්ධය $m\ kg$ වන උණ්ඩයක් $v\ ms^{-1}$ තිරස් ප්‍රවේගයන් වැදී ලී කොටය තුළට කා වදී. ඉන්පසු කොටය සිරස් $H\ m$ විස්ථාපනයක් දක්වයි නම්
$mv = (m + M)\sqrt{2gH}$ බව පෙන්වන්න.

4. ස්කන්ධය $10000\ kg$ වන මෝටර් රථයක එන්ජිම $1\ kw$ ජවයෙන් ක්‍රියා කරමින් $72\ km\ h^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. ගමනට ප්‍රතිරෝධය එහි වේගයට සමානුපාතික වේ නම් මෝටර් රථයේ වේගය $36\ km\ h^{-1}$ වන විට රථයේ එන්ජිම එම ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරන විට රථයේ ත්වරණය සොයන්න.

5. $OABC$ යනු රොම්බසයකි. A හි පිහිටුම් දෛශිකය $3\underline{i}+\underline{j}$ වේ. මෙහි $\underline{i}$ සහ $\underline{j}$ සුපුරුදු අංකනය සහිතව වේ. C හි පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{c}$ නම්, OB විකර්ණයෙන් නිරූපණය වන දෛශිකය සොයන්න.

රොම්බසයක විකර්ණ ලම්බක බව උපයෝගී කර ගනිමින්, $|\underline{c}|=\sqrt{10}$ බව පෙන්වන්න.

6. රළු තිරස් පොළාව මත තබා ඇති බර ඒකාකාර හිණිමඟක් තිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදමින් සුමට සිරස් බිත්තියකට හේත්තු වී සීමාකාරී සමතුලිතතාවයෙහි පිහිටයි. පොළොව සහ හිණිමග අතර සම්ප්‍රයුක්ත ප්‍රතික්‍රියාව සිරසට ϕ කෝණයක් ආනත වේ නම් $2\tan\phi=\tan\theta$ බව පෙන්වන්න.

7. A, B සහ C යනු Ω නියැදි අවකාශයක අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාරක සහ සමූහික වශයෙන් නිරවශේෂ සිද්ධි වේ. $p(A\cup B)=p^2$ සහ $p(C)=2p$ වේ. p හි අගය නිර්ණය කරන්න.

8. A සහ B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. A සහ B සිද්ධි ස්වායත්ත නම් $p(A)$ සහ $p(B)$ ඇසුරෙන් $p(A\cap B)$ ප්‍රකාශ කරන්න.

පිරිමිළමයෙකු ඉපදීම සහ ගැහැණු ළමයෙකු ඉපදීම සමසේ විය හැකි ස්වායත්ත සිද්ධි යැයි උපකල්පනය කරමු. ළමයින් දෙදෙනෙකු සිටින පවුලක එක් ළමයෙක් ගැහැණු ළමයෙක් බව දී ඇත. අනෙක් ළමයා පිරිමි ළමයෙක් වීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.

9. $1,2,3,\ldots,n$ යන පළමු නිඛිල n සංඛ්‍යාවලින් සැදි නිරීක්ෂණ සලකන්න. මෙම නිරීක්ෂණයන්හි මධ්‍යයනය $\frac{1}{2}(n+1)$ බව පෙන්වා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

10. නිරීක්ෂණ සමූහයක මධ්‍යයනය 23 සහ සම්මත අපගමනය 2.2 බව දනියි. පරිණාමනයක් යෙදීමෙන් නිරීක්ෂණයන්හි අගයන් මධ්‍යයනය 50 වන ලෙස සකස් කර ඇත. ආරම්භයේ 30 ක් වන නිරීක්ෂණය 64 බවට වෙනස් වේ නම් පරිණාමනයෙන් පසු දත්තයන්හි සම්මත අපගමනය සොයන්න.

2 වෙනි පත්‍රය : B කොටස

මෙම ප්‍රශ්නවලින් ඕනෑම 5කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11.(a) නිසලතාවයේ ඇති A නම් රථයක් a ඒකාකාර ත්වරණයෙන් යම් ස්ථානයකදී චලිතය අරඹන විටම ඒකාකාර v ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන තවත් B නම් රථයක් A රථය පසු කර යයි. රථ දෙක සෘජු තිරස් මාර්ග දෙකක ගමන් කරන අතර A රථය kv $(k>1)$ උපරිම ප්‍රවේගය ලැබෙන තුරු ත්වරණයෙන් ගමන් කර ඉන්පසු a ඒකාකාර මන්දනයෙන් ගමන් කරයි. එකම සටහනක රථ දෙකෙහි චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර අඳින්න.

එනයින් $\sqrt{2}(k-1)<1$ විට A රථයට B රථය පසු කර යා නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(b) නැගෙනහිරෙන් දකුණට α කෝණයක් වූ දිශාවේ සිට v ප්‍රවේගයෙන් ඒකාකාරව සුළඟක් ඇති දිනක, ගුවන් යානයක් බටහිර දිශාවට a දුරක් යාමට T_1 කාලයක්ද ආපසු ඒමට T_2 කාලයක්ද ගනියි. සුළඟ නොතිබුනි නම්, පොළොවට සාපේක්ෂව ගුවන් යානයට

$\left[v^2+\frac{2av\cos\alpha}{T_2-T_1}\right]^{1/2}$ වේගයක් ඇති බව පෙන්වන්න.

12.(a) ස්වභාවික දිග $2l$ සහ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. සුමට තිරස් මේසයක, එකිනෙකට $4l$ දුරකින් පිහිටි අචල A සහ B ලක්ෂ්‍ය දෙකකට තන්තුවේ දෙකෙළවර සම්බන්ධව ඇත. ආරම්භයේදී A, P සහ B සරල රේඛීයව, $AP = 3l$ වන පරිදි නිශ්චලතාවයේ තබා එම පිහිටුමේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. $AP = 2l + x$ වන පරිදි වූ පිහිටීමක P අංශුව තිබෙන විට අංශුවේ චලිතය සඳහා සමීකරණය

$\ddot{x} + \dfrac{2g}{l} x = 0$ බව පෙන්වන්න.

P අංශුවේ සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි දෝලන කේන්ද්‍රය, විස්තාරය සහ කාලාවර්තය සොයන්න.

(b) ස්කන්ධය m වන අංශු දෙකක් දිග a බැගින් වන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තු මඟින් එකම ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර පද්ධතිය සමතුලිතතාවයෙහි ඇත. එක් අංශුවක් තන්තුව නොබුරුල්ව සහ තිරස්ව වන පරිදි පවත්වා ගෙන සීරුවෙන් මුදා හරී. අංශු ගැටෙන අතර එම ගැටුම ප්‍රත්‍යාස්ථ සහ ඉන්පසු නිසලව තිබූ අංශුව $\dfrac{\pi}{3}$ කෝණික විස්ථාපනයක් දක්වයි නම් අංශු අතර ප්‍රත්‍යාස්ථා සංගුණකය සොයන්න.

13.(a) කාලතුවක්කුවක් සමබිමෙහි v ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. කාලතුවක්කුවෙහි පෙත හරහා වූ සිරස් තලයෙහි චලනය වන පරිදි උණ්ඩයක් තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව v ප්‍රවේගයෙන්ම ඉදිරියට වෙඩි තැබූ විට එහි තිරස් පරාසය R වේ.

$gR = 2v^2(1+\cos\theta)\sin\theta$ බව පෙන්වන්න. මෙහි g යනු ගුරුත්වජ ත්වරණය වේ.

උණ්ඩයේ තිරස් පරාසය උපරිම වන පරිදි θ නිර්ණය කරන්න.

උපරිම තිරස් පරාසය උපරිම R_o නම් මෙවිට උණ්ඩය ගමන් කරන උපරිම උස ආසන්න ලෙස $\dfrac{1}{7}R_o$ බව පෙන්වන්න.

(b) තිරස් සුමට තලයක් මත නිදහසේ චලනය විය හැකි කුඤ්ඤයක සුමට බෑවුම් මුහුණත මත ස්කන්ධය m වන අංශුවකට නිදහසේ චලනය විය හැක. කුඤ්ඤයේ ස්කන්ධය M වන අතර එහි මුහුණත තිරසට α කෝණයක් ආනත වේ. පද්ධතිය නිසලතාවයේ සිට සීරුවෙන් මුදා හළ විට කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\dfrac{m\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha} g$ බව පෙන්වන්න.

කුඤ්ඤයේ මුහුණත මත අංශුව d දුරක් චලනය වන විට කුඤ්ඤය ගමන් කරන දුර සොයන්න.

14.(a) A, B සහ C යනු පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$, $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$ වූ ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය තුනකි. $\underline{c} = \lambda\,\underline{a} + (1-\lambda)\underline{b}$ වන පරිදි λ නිශ්ශුන්‍ය සංඛ්‍යාවක් පවතියි නම් එම ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය බව පෙන්වන්න.

OPQ ත්‍රිකෝණයක PQ, QO සහ OP පාද මත පිළිවෙලින් A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය, $\overrightarrow{PA} = \alpha\,\overrightarrow{AQ}$, $\overrightarrow{QB} = \alpha\,\overrightarrow{BO}$ සහ $\overrightarrow{OC} = \gamma\,\overrightarrow{CP}$ වන ලෙස පිහිටා ඇත. මෙහි $\alpha\beta\gamma \neq 0$ වේ. $\overrightarrow{OP} = \underline{p}$ සහ $\overrightarrow{OQ} = \underline{q}$ යැයි ගෙන A, B සහ C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික $\underline{p}$ සහ $\underline{q}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.

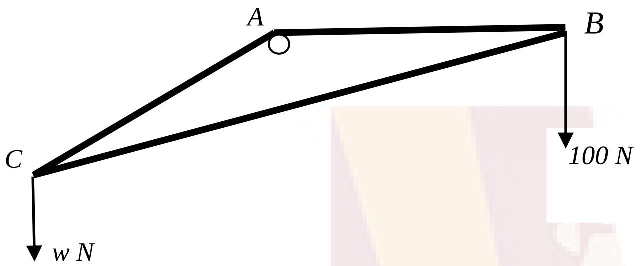
එනයින් $\alpha\beta\gamma = -1$ වේ නම් A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය බව ලබා ගන්න.

(b) Oxy තලයේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල ක්‍රියා කරන ඒකතල බල පද්ධතියකට $(2a, 0)$ සහ $(0, a)$ ලක්ෂ්‍ය වටා ඝූර්ණ පිළිවෙලින් G සහ $2G$ වේ. පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය $x + y = 0$ රේඛාවට සමාන්තර වේ නම් එය $\dfrac{G}{a}(\underline{j} - \underline{i})$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\underline{i}$ සහ $\underline{j}$ සුපුරුදු අංකනය සහිතව වේ.

එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

15.(a) බර $2w$ බැගින් වන AB සහ BC සමාන සිහින් ඒකාකාර දඬු දෙකක් B හිදී සුමටව අසව් කොට A සහ C ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර A සහ C දෙකෙළවර තිරසට $\theta(< 30^o)$ කෝණයකින් ආනත වූ තලයක් මත A පහළින් C සහ ආනත තලයේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාවක් ඔස්සේ වන සිරස් තලයක පද්ධතිය තබා ඇත. ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන පරිදි වේ නම් B හිදී ප්‍රතික්‍රියාවේ සිරස් සංරචකය සහ තිරස් සංරචකය සොයන්න.

(b) සුවලව සන්ධි කළ AB, BC සහ CA සැහැල්ලු දඬු තුනකින් සමන්විත වන රාමු සැකිල්ලක් පහත රූපයේ දැක්වේ.



මෙහි $AB = AC$ වන අතර $B\hat{A}C = 120^o$ ක් වේ. ABතිරස් වන සේ රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක තබා ඇත්තේ A හිදී යෙදූ සුමට නාදැත්තක් සමග B සහ C හිදී යොදා ඇති $100\ N$ සහ $w\ N$ භාර මගිනි. බෝ අංකනය සමගින් දඬු මත ක්‍රියා කරන බල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ ආතති සහ තෙරපුම් වෙන් කර දක්වමින් දඬු මත ක්‍රියා කරන බල සහ w හි අගය සොයන්න.

16. උස h වන සෘජු වෘත්තාකාර ඒකාකාර ඝන කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය නිර්ණය කරන්න.

ආධාරකයේ අරය a සහ උස $2h$ වන සෘජු වෘත්තාකාර ඒකාකාර ඝන කේතුවකින් එහි ශීර්ෂයම ශීර්ෂය වූද උස h වන කේතුවක් ආකාර වන කොටසක් ඉවත් කර ඇත. මෙම පින්නකයෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ආරම්භක කේතුවෙහි ආධාරකයේ සිට $\frac{11h}{28}$ දුරින් වන බව පෙන්වන්න.

මෙම පින්නකය එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය සුමට තිරස් තලයක් මත තැබූ විට එහි කුඩා මුහුණත මතට හැරෙයි නම් $17h^2 < 7a^2$ බව පෙන්වන්න.

17.(a) යම් රෝගයක් පිළිබඳ පරීක්ෂණයකින් රෝගියෙකු හට එම රෝගය ඇති බව පෙන්වීමේ සම්භාවිතාවය *0.99* ක්ද එම රෝගය නැති අයෙකු හට එම රෝගය නැති බව පෙන්වීමේ සම්භාවිතාවය *0.95* ක්ද වේ. වාර්තා වී ඇති පරිදි අයෙකුට එම රෝගය සෑදී තිබීමේ සම්භාවිතාවය *0.005* ක්ද වේ. සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගත් අයෙකු ඉහත පරීක්ෂණයෙන් රෝගය ඇති පෙන්වයි නම් ඔහුට රෝගය තිබීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.

(b) සිසුන් පිරිසක් ක්‍රීඩා ඉසව්වක් නිම කිරීම සඳහා ගන්නා කාලය පහත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙන් දැක් වේ.

කාලය(තත්පර)	සිසුන් ගණන
280 - 299	*10*
260 - 279	*74*
240 - 259	a
220 - 239	*27*
200 - 219	*27*

මෙම සිසුන්ගෙන් වැඩි පිරිසක් ක්‍රීඩා ඉසව්ව නිමා කිරීමට ආසන්න ලෙස තත්පර 262 ක් පමණ ගත්තේ නම් a හි අගය නිර්ණය කරන්න.

මෙම a අගය සඳහා ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යයනය සහ මධ්‍යස්ථය සොයන්න.

සැකසුම - කපිල සිල්වා
ගණිත විද්‍යා අධ්‍යයනාංශය
ශ්‍රී ජයවර්ධනපුර විශ්වවිද්‍යාලය

Japura Media